ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC 2010
MÔN TOÁN – KHỐI B

I – PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I (*2,0 điểm*) : $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$

1) $+\ D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$+\ y' = \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0,\ \forall x \in D.$

+ Hàm số không có cực trị.

+ Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

$+\ \lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 2$. Tiệm cận ngang y =2.

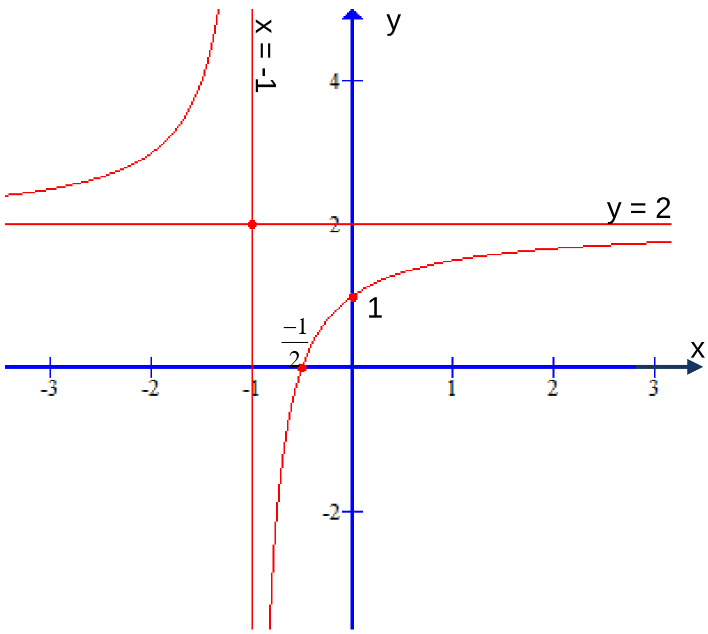
$\lim\limits_{x\to-1^+} y = -\infty;\ \lim\limits_{x\to-1^-} y = +\infty$. Tiệm cận đứng x = -1.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y’		+	||	–	
y	2 ↗	$+\infty$	||	$-\infty$	↗ 2

+ Điểm đặc biệt: $x = 0 \to y = 1$; $y = 0 \to x = \dfrac{-1}{2}$

+ Đồ thị:



2) Tìm m để (d): y = –2x + m cắt (C) tại A, B sao cho $S_{AOB} = \sqrt{3}$.

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và (d)

$\dfrac{2x+1}{x+1} = -2x + m \Leftrightarrow 2x + 1 = (-2x+m)(x+1)$

(x= –1 không là nghiệm số của phương trình)

$\Leftrightarrow 2x+1 = -2x^2 - 2x + mx + m \Leftrightarrow 2x^2 + (4-m)x + 1 - m = 0$ (*)

Để (d) cắt (C) tại A, B phân biệt ⇔ (*) có 2 nghiệm phân biệt x_A, x_B

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (4-m)^2 - 8(1-m) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 8 > 0 \ \forall m$.

$\rightarrow A(x_A; -2x_A + m)$; $B(x_B; -2x_B + m)$

$$\rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OA} = (x_A; -2x_A + m) \\ \overrightarrow{OB} = (x_B; -2x_B + m) \end{cases}$$

Theo giả thiết : $S_{AOB} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} \cdot \left| x_A(-2x_B + m) - x_B(-2x_A + m) \right| = \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \left| -2x_Ax_B + mx_A + 2x_Ax_B - x_Bm \right| = 2\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow m^2(x_A - x_B)^2 = 12 \Leftrightarrow m^2\left[(x_A + x_B)^2 - 4x_Ax_B\right] = 12$

$\Leftrightarrow m^2\left(\dfrac{m^2+8}{4}\right) = 12 \Leftrightarrow m^4 + 8m^2 - 48 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 = -12 \text{ (loại)} \\ m^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu II (*2,0 điểm*) :

1) Giải phương trình : (sin2x + cos2x).cosx + 2cos2x – sinx = 0

$\Leftrightarrow \cos 2x.\cos x + 2\sin x.\cos^2 x + 2\cos 2x - \sin x = 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x.\cos x + \sin x.\cos 2x + 2\cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x(\cos x + \sin x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 0 \\ \cos x + \sin x + 2 = 0 \text{ (VN)} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \quad (k \in Z)$

2) $\sqrt{3x+1}$-$\sqrt{6-x}$ + $3x^2$ – 14x – 8 = 0

Điều kiện $-\dfrac{1}{3} \le x \le 6$

Phương trình $\Leftrightarrow (\sqrt{3x+1} - 4) - (\sqrt{6-x} - 1) + 3x^2 - 14x - 5 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-15}{\sqrt{3x+1}+4} - \frac{5-x}{\sqrt{6-x}+1} + 3x^2 - 14x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ \dfrac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \dfrac{1}{\sqrt{6-x}+1} + 3x + 1 = 0 \rightarrow VN \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow\ x = 5$

Câu III: (*1,0 điểm*) Tính tích phân

$$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(2+\ln x)^2} dx$$

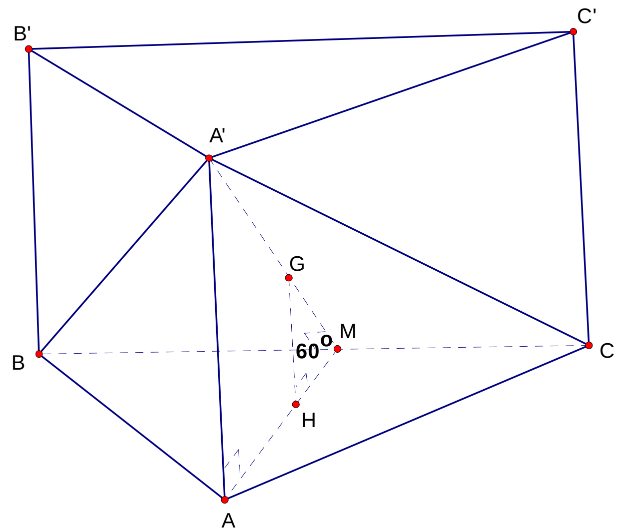
Đặt u = lnx $\rightarrow$ du = $\frac{1}{x}dx$

Khi x = 1 $\rightarrow$ u = 0 , x = e $\rightarrow$ u =1

$$\rightarrow I = \int_0^1 \frac{u}{(u+2)^2} du = \int_0^1 \frac{u+2-2}{(u+2)^2} du = \int_0^1 \left[\frac{1}{u+2} - 2\frac{1}{(u+2)^2}\right] du = \ln|u+2|\Big|_o^1 + \frac{2}{u+2}\Big|_0^1$$

$$\rightarrow I = \ln\frac{3}{2} - \frac{1}{3}$$

Câu IV (*1,0 điểm*):



+ Có ΔABC đều cạnh a $\rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

+ Gọi M là trung điểm BC

$$\rightarrow \begin{cases} AM \perp BC\ ;\ A'M \perp BC\ \ (\text{do } \Delta A'BC \text{ cân tại } A') \\ (A'BC) \cap (ABC) = BC \end{cases}$$

$\rightarrow ((A'BC),(ABC)) = \widehat{A'MA} = 60^0$; có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $\Delta A'AM$ vuông có

$\tan 60^0 = \frac{AA'}{AM} \rightarrow AA' = AM.\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$

Vậy $V_{LT} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

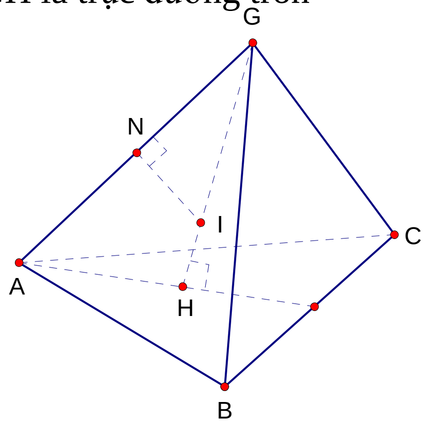
+ Kẻ GH // AA' và do AA' $\perp$ (ABC) → GH $\perp$ (ABC) và $GH = \dfrac{AA'}{3} = \dfrac{a}{2}$.

+ Kẻ đường trung trực (d) của cạnh GA của ΔGAH và GH là trục đường tròn của ΔABC

+ (d) cắt GH tại I.

Ta có ΔGNI đồng dạng ΔGHA → GN.GA = GI.GH

mà GI = R = $\dfrac{GA^2}{2GH}$ ($GA^2 = \dfrac{7a^2}{12}$; $GH = \dfrac{a}{2}$) → $R = \dfrac{7a}{12}$.



Câu V (*1,0 điểm*):

* Ta có: $\begin{cases} a,b,c \ \geq \ 0 \\ a+b+c=1 \end{cases} \rightarrow 0 \leq a,b,c \leq 1$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{3} = \frac{(a+b+c)^2}{3} \leq a^2+b^2+c^2 \leq a+b+c = 1$$

* $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \ \geq \ \dfrac{(ab+bc+ca)^2}{3}$

$$*\, ab+bc+ca = \frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2} = \frac{1-(a^2+b^2+c^2)}{2}$$

$$\rightarrow M \geq (ab+bc+ca)^2 + 3(ab+bc+ca) + 2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

$$\rightarrow M \geq \left(\frac{1-(a^2+b^2+c^2)}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{1-(a^2+b^2+c^2)}{2}\right) + 2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

Đặt $t = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ $\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}} \leq t \leq 1\right)$

$$\rightarrow M \geq \left(\frac{1-t}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{1-t^2}{2}\right) + 2t$$

$$\rightarrow M \geq \frac{t^4-8t^2+8t+7}{4}$$

Xét $f(t) = \dfrac{t^4-8t^2+8t+7}{4}$; $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \leq t \leq 1$

$$f'(t) = t^3 - 4t + 2 < 0;\ \forall t \in \left[\frac{1}{\sqrt{3}};1\right]$$

$\rightarrow$ $f(t)$ giảm $\forall t \in \left[\dfrac{1}{\sqrt{3}};1\right]$

$\rightarrow$ $M \geq f(t) \geq f(1) = 2$

Vậy minM = 2, Xảy ra khi :

$$\begin{cases} a=b=0 \\ c=1 \end{cases} \vee \begin{cases} a=c=0 \\ b=1 \end{cases} \vee \begin{cases} b=c=0 \\ a=1 \end{cases}$$

II – PHẦN RIÊNG

A. THEO CHƯƠNG TRÌNH CHUẨN

Câu VIa (*2,0 điểm*)

1) Gọi C’ đối xứng (C) qua (d)

$\rightarrow (CC')\begin{cases} \text{qua } C(-4,1) \\ \perp (d): x+y-4=0 \end{cases} \rightarrow (CC'): x-y+5=0$

Tọa độ giao điểm $(CC')\cap(d)=H$ thỏa $\begin{cases} x-y=-5 \\ x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases}$

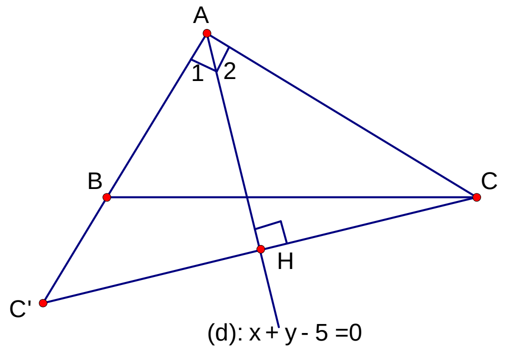
$\rightarrow H(0,5)$ và H là trung điểm CC’ $\rightarrow C'(4,9)$

+ $\Delta ACC'$ vuông cân tại A $\rightarrow AC=\dfrac{CC'}{\sqrt{2}}=8$

Mà $A\in(d): x+y-5=0 \Rightarrow A(a,5-a)$ với a>0

+ Ta có: $AC^2=64 \Leftrightarrow (a+4)^2+(a-4)^2=64$

$\Leftrightarrow a^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=4 \\ a=-4(\text{loai}) \end{array}\right.$



$\rightarrow A(4,1)$

$\rightarrow (AC'): x=4 \rightarrow B(4,b)$

+ Theo giả thiết: $S_{ABC}=24\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(0,b-1) \\ \overrightarrow{AC}=(-8,0) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\left|-8(b-1)\right|=24 \Leftrightarrow |b-1|=6$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=7 \rightarrow B(4,7) \rightarrow (BC): 3x-4y+16=0 \\ b=-5 \rightarrow B(4,-5) \text{ (loại vì B, C cùng phía với (d))} \end{array}\right.$

2) A(1,0,0); B(0,b,0)

+ Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng : $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

$\Leftrightarrow bcx+cy+bz-bc=0$

$\rightarrow$ VTPT $\overrightarrow{n_{(ABC)}}=(bc;c;b)$.

+ Có : $(ABC)\perp(P) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(ABC)}}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0 \Leftrightarrow c-b=0\,(1)$

+ Theo đề, có : $d_{[O,(ABC)]} = \dfrac{|bc|}{\sqrt{b^2c^2+b^2+c^2}} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow 9b^2c^2 = b^2c^2 + b^2 + c^2$

$\Leftrightarrow 8b^2c^2 - b^2 - c^2 = 0 (2)$

+ Thay (1) vào (2), có : $8b^4 - 2b^2 = 0$ (do b>0) $\Leftrightarrow b = \dfrac{1}{2} \to c = \dfrac{1}{2}$

Vậy PTMP (ABC) : x +2y +2z -1=0.

Câu VIIa (*1,0 điểm*)

Gọi z = a + bi, Có : $|a + (b-1)i| = |(1+i)(a+bi)|$

$\Leftrightarrow |a + (b-1)i| = |(a-b) + (a+b)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+(b-1)^2} = \sqrt{(a-b)^2+(a+b)^2}$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b + 1 = 2a^2 + 2b^2$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2b - 1 = 0$

Vậy tập hợp biểu diễn số phức là đường tròn (C) : $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$

B. THEO CHƯƠNG TRÌNH NÂNG CAO

Câu VIb *(2,0 điểm)*

1) + $F_1(-1;0)$, $F_2(1;0)$.

+ PT ĐT (AF_1): $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$

+ Tọa độ điểm M thỏa hpt: $\begin{cases} x - \sqrt{3}y + 1 = 0 \\ \dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{2} = 1 \\ y > 0 \end{cases} \to M\left(1; \dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)$.

+ Ta có $\begin{cases} MA^2 = MF_2^2 = \dfrac{4}{3} \\ MF_2 = MN \text{ (do N đối xứng } F_2 \text{ qua M)} \end{cases}$

Suy ra đường tròn ngoại tiếp ΔANF_2 có tâm $M\left(1; \dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)$, bán kính $R = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔANF_2 là: $(x-1)^2 + \left(y - \dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \dfrac{4}{3}$

2) + Gọi M(m,0,0) là điểm cần tìm.

+ Từ phương trình đường thẳng (d), có :

(d) qua A(0,1,0) và có VTCP $\vec{u} = (2,1,2)$

+ Có : $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AM}=(m,-1,0)\\ \vec{u}=(2,1,2)\end{array}\right\}\rightarrow\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=\left(-2,-2m,m+2\right)$

+ Theo đề có : $d_{[M,(\Delta)]}=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=OM\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{4+4m^2+\left(m+2\right)^2}}{3}=\left|m\right|$

$\Leftrightarrow 5m^2+4m+8=9m^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=2\end{array}\right.$.

Vậy M_1(-1,0,0) và M_2(2,0,0) thỏa đề.

Câu VIIb *(1,0 điểm)*

$\begin{cases}\log_2(3y-1)=x & (1)\\ 4^x+2^x=3y^2 & (2)\end{cases}$

+ Điều kiện: 3y-1>0 $\Leftrightarrow y>\dfrac{1}{3}$ (*)

+ Từ giả thiết $(1)\Leftrightarrow 3y-1=2^x$ (3)

+ Thay (3) vào (2) có: $(3y-1)^2+(3y-1)=3y^2\Leftrightarrow 6y^2-3y=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\ y=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$ So với $(*)\rightarrow y=\dfrac{1}{2}$

+ Thay $y=\dfrac{1}{2}$ vào (3) $\rightarrow 2^x=\dfrac{1}{2}=2^{-1}\Leftrightarrow x=-1$

Vậy $\begin{cases}x=-1\\ y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ là nghiệm của hệ

Người giải: GV. Tạ Thuận Hòa – GV. Phan Văn Quang (Trường THPT Diên Hồng)