ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC KHỐI B NĂM 2009
Môn thi: Toán (khối B)
(Thời gian làm bài: 180 phút)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH ***(7,0 điểm)***

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Với các giá trị nào của m, phương trình $x^2\left|x^2 - 2\right| = m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt?

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $\sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3}\cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x)$
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy + x + 1 = 7y \\ x^2y^2 + xy + 1 = 13y^2 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

Câu III (1 điểm)

Tính tích phân $I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2}dx$

Câu IV (1 điểm)

Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có BB' = a, góc giữa đường thẳng BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0; tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC} = 60^0$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Tính thể tích khối tứ diện A'ABC theo a.

Câu V (1 điểm)

Cho các số thực x, y thay đổi và thoả mãn $(x + y)^3 + 4xy \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = 3(x^4 + y^4 + x^2y^2) - 2(x^2 + y^2) + 1$$

PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh chỉ được làm 1 trong 2 phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a. (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\Delta_1 : x - y = 0$, $\Delta_2 : x - 7y = 0$. Xác định toạ độ tâm K và tính bán kính của đường tròn (C_1); biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng Δ_1, Δ_2 và tâm K thuộc đường tròn (C)
2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có các đỉnh A(1;2;1), B(-2;1;3), C(2;-1;1) và D(0;3;1). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P)

Câu VII.a (1 điểm)

Tìm số phức z thoả mãn : $\left|z-(2+i)\right|=\sqrt{10}$ và $z.\overline{z}=25$

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh A(-1;4) và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng Δ : x – y – 4 = 0. Xác định toạ độ các điểm B và C , biết diện tích tam giác ABC bằng 18.
2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): x – 2y + 2z – 5 = 0 và hai điểm A(-3;0;1), B(1;-1;3). Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P), hãy viết phương trình đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất.

Câu VII.b (1 điểm)

Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng y = - x + m cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-1}{x}$ tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho AB = 4.

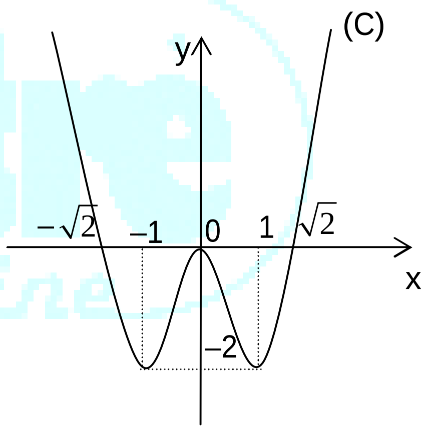
BÀI GIẢI GỢI Ý

Câu I.

1. $y = 2x^4 - 4x^2$.   TXĐ : D = R

$y' = 8x^3 - 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} = +\infty$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2 CT	↗	0 CĐ	↘	-2 CT	↗	$+\infty$



y đồng biến trên (-1; 0); (1; +∞)

y nghịch biến trên (-∞; -1); (0; 1)

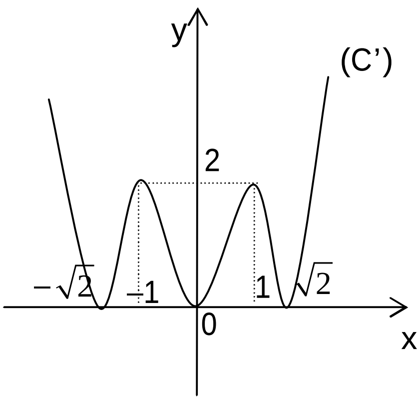
y đạt cực đại bằng 0 tại x = 0

y đạt cực tiểu bằng -2 tại x = ±1

Giao điểm của đồ thị với trục tung là (0; 0)

Giao điểm của đồ thị với trục hoành là (0; 0); $(\pm\sqrt{2}\,;0)$

2. $x^2\left|x^2-2\right| = m \Leftrightarrow 2x^2\left|x^2-2\right| = 2m$ (*)



(*) là phương trình hoành độ giao điểm của (C') :

$y = 2x^2\left|x^2-2\right|$ và (d): y = 2m

Ta có (C') ≡ (C); nếu $x \le -\sqrt{2}$ hay $x \ge \sqrt{2}$

(C') đối xứng với (C) qua trục hoành nếu $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$

Theo đồ thị ta thấy ycbt $\Leftrightarrow 0 < 2m < 2 \Leftrightarrow$ $0 < m < 1$

Câu II.

1. $$\sin x+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x = 2(\cos 4x+\sin^3 x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\sin x+\frac{1}{2}\sin 3x+\sqrt{3}\cos 3x = 2\cos 4x+\frac{3\sin x-\sin 3x}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin 3x+\sqrt{3}\cos 3x = 2\cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 3x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 3x = \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \sin\frac{\pi}{6}\sin 3x+\cos\frac{\pi}{6}\cos 3x = \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = -\frac{\pi}{6}+3x+k2\pi \\ 4x = \frac{\pi}{6}-3x+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x = \frac{\pi}{42}+k\frac{2\pi}{7} \end{array}\right.$$

2. $\begin{cases} xy+x+1=7y \\ x^2y^2+xy+1=13y^2 \end{cases}$

y = 0 hệ vô nghiệm

$y \neq 0$ hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+\frac{x}{y}+\frac{1}{y}=7 \\ x^2+\frac{x}{y}+\frac{1}{y^2}=13 \end{cases}$

Đặt $a = x+\frac{1}{y}$; $b = \frac{x}{y}$ $\Rightarrow a^2 = x^2+\frac{1}{y^2}+2\frac{x}{y} \Rightarrow x^2+\frac{1}{y^2} = a^2-2b$

Ta có hệ là $\begin{cases} a+b=7 \\ a^2-b=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=7 \\ a^2+a-20=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$ hay $\begin{cases} a=-5 \\ b=12 \end{cases}$. Vậy $\begin{cases} x+\frac{1}{y}=4 \\ \frac{x}{y}=3 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x+\frac{1}{y}=-5 \\ \frac{x}{y}=12 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+3=0 \\ x=3y \end{cases}$ hay $\begin{cases} x^2+5x+12=0 \\ x=12y \end{cases}$ (VN) $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

Câu III :

$$I = \int_1^3 \frac{3+\ln x}{(x+1)^2}dx = 3\int_1^3 \frac{dx}{(x+1)^2}+\int_1^3 \frac{\ln x}{(x+1)^2}dx$$

$$I_1 = 3\int_1^3 \frac{dx}{(x+1)^2} = \left.\frac{-3}{(x+1)}\right|_1^3 = \frac{3}{4}$$

$$I_2 = \int_1^3 \frac{\ln x}{(x+1)^2}dx$$

Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x}$

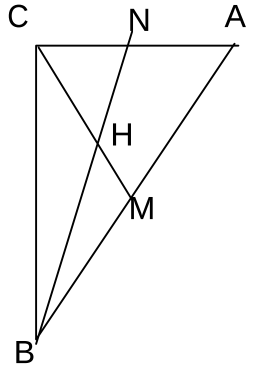
$dv = \dfrac{dx}{(x+1)^2}$. Chọn $v = \dfrac{-1}{x+1}$

$$I_2 = -\frac{\ln x}{x+1}\Big|_1^3 + \int_1^3 \frac{dx}{x(x+1)} = -\frac{\ln 3}{4} + \int_1^3 \frac{dx}{x} - \int_1^3 \frac{dx}{x+1} = -\frac{\ln 3}{4} + \ln\frac{3}{2}$$

Vậy : $I = \dfrac{3}{4}(1+\ln 3) - \ln 2$

Câu IV.

BH= $\dfrac{a}{2}$, $\dfrac{BH}{BN} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow BN = \dfrac{1}{2}3\dfrac{a}{2} = \dfrac{3a}{4}$; $B'H = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$



goi CA= x, BA=2x, $BC = x\sqrt{3}$

$$BA^2 + BC^2 = 2BN^2 + \frac{CA^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x^2 = 2\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{9a^2}{52}$$

Ta có: $B'H = BB'\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

V= $\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}x^2\sqrt{3}\right)\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{12}\dfrac{9a^2}{52}\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9a^3}{208}$

Câu V :

$$\begin{cases}(x+y)^3 + 4xy \ge 2 \\ (x+y)^2 - 4xy \ge 0\end{cases} \Rightarrow (x+y)^3 + (x+y)^2 - 2 \ge 0 \Rightarrow x+y \ge 1$$

$\Rightarrow x^2 + y^2 \ge \dfrac{(x+y)^2}{2} \ge \dfrac{1}{2}$ dấu "=" xảy ra khi : $x = y = \dfrac{1}{2}$

Ta có : $x^2y^2 \le \dfrac{(x^2+y^2)^2}{4}$

$$A = 3\left(x^4 + y^4 + x^2y^2\right) - 2(x^2+y^2) + 1 = 3\left[(x^2+y^2)^2 - x^2y^2\right] - 2(x^2+y^2) + 1$$

$$\ge 3\left[(x^2+y^2)^2 - \frac{(x^2+y^2)^2}{4}\right] - 2(x^2+y^2) + 1$$

$$= \frac{9}{4}(x^2+y^2)^2 - 2(x^2+y^2) + 1$$

Đặt $t = x^2 + y^2$, đk $t \ge \dfrac{1}{2}$

$$f(t) = \frac{9}{4}t^2 - 2t + 1, t \ge \frac{1}{2}$$

$$f'(t) = \frac{9}{2}t - 2 > 0 \ \forall t \ge \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(t) \ge f(\frac{1}{2}) = \frac{9}{16}$$

Vậy : $A_{min} = \dfrac{9}{16}$ khi $x = y = \dfrac{1}{2}$

Câu VIa.

1. Phương trình 2 phân giác (Δ_1, Δ_2) : $\dfrac{x-y}{\sqrt{2}} = \pm\dfrac{x-7y}{5\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow 5(x-y) = \pm(x-7y)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5(x-y) = x-7y \\ 5(x-y) = -x+7y \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = -2x : d_1 \\ y = \dfrac{1}{2}x : d_2 \end{array}\right.$

Phương trình hoành độ giao điểm của d_1 và (C) : $(x-2)^2 + (-2x)^2 = \dfrac{4}{5}$

$25x^2 - 20x + 16 = 0$ (vô nghiệm)

Phương trình hoành độ giao điểm của d_2 và (C) : $(x-2)^2 + \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 = \dfrac{4}{5}$

$\Leftrightarrow 25x^2 - 80x + 64 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{8}{5}$. Vậy $K\left(\dfrac{8}{5};\dfrac{4}{5}\right)$

$R = d(K, \Delta_1) = \dfrac{2\sqrt{2}}{5}$

2. TH1 : (P) // CD. Ta có : $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;2), \overrightarrow{CD} = (-2;4;0)$

$\Rightarrow$ (P) có PVT $\vec{n} = (-8;-4;-14)$ hay $\vec{n} = (4;2;7)$

$(P): 4(x-1) + 2(y-2) + 7(z-1) = 0$

$\Leftrightarrow 4x + 2y + 7z - 15 = 0$

TH2 : (P) qua $I(1;1;1)$ là trung điểm CD

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;2)$, $\overrightarrow{AI} = (0;-1;0)$

$\Rightarrow$ (P) có PVT $\vec{n} = (2;0;3)$

$(P): 2(x-1) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3z - 5 = 0$

Câu VIb.

1.

$AH = \dfrac{|-1-4-4|}{\sqrt{2}} = \dfrac{9}{\sqrt{2}}$

$S = \dfrac{1}{2}AH.BC = 18 \Leftrightarrow BC = \dfrac{36}{AH} = \dfrac{36}{\frac{9}{\sqrt{2}}} = 4\sqrt{2}$

Pt AH : $1(x + 1) + 1(y - 4) = 0$

$H: \begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{7}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$

$B(m;m-4)$

$\Rightarrow HB^2 = \dfrac{BC^2}{4} = 8 = \left(m-\dfrac{7}{2}\right)^2 + \left(m-4+\dfrac{1}{2}\right)^2$

$\Leftrightarrow \left(m-\dfrac{7}{2}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{7}{2}+2 = \dfrac{11}{2} \\ m = \dfrac{7}{2}-2 = \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$

Vậy $B_1\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right) \wedge C_1\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$ hay $B_2\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right) \wedge C_2\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right)$

2. $\overrightarrow{AB} = (4;-1;2)$; $\vec{n}_P = (1;-2;2)$

Pt mặt phẳng (Q) qua A và // (P) : $1(x + 3) - 2(y - 0) + 2(z - 1) = 0$

$\Leftrightarrow x - 2y + 2z + 1 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng bất kỳ qua A

Gọi H là hình chiếu của B xuống mặt phẳng (Q). Ta có :

$d(B, \Delta) \geq BH$; $d(B, \Delta)$ đạt min $\Leftrightarrow \Delta$ qua A và H.

Pt tham số BH: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Tọa độ $H = BH \cap (Q)$ thỏa hệ phương trình :

$$\begin{cases} x = 1 + t, y = -1 - 2t, z = 3 + 2t \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{10}{9} \Rightarrow H\left(-\frac{1}{9};\frac{11}{9};\frac{7}{9}\right)$$

Δ qua A (-3; 0;1) và có 1 VTCP $\overrightarrow{a_\Delta} = \overrightarrow{AH} = \frac{1}{9}(26;11;-2)$

Pt (Δ) : $\frac{x+3}{26} = \frac{y-0}{11} = \frac{z-1}{-2}$

Câu VII.a. Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in R$ thì $z - 2 - i = x - 2 + (y - 1)i$

$|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z.\bar{z} = 25$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 = 10 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 20 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - 2x \\ x^2 - 8x + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy $z = 3 + 4i$ hay $z = 5$

Câu VII.b.

Pt hoành độ giao điểm của đồ thị và đường thẳng là : $-x + m = \frac{x^2 - 1}{x}$

$\Leftrightarrow 2x^2 - mx - 1 = 0$ (*) (vì x = 0 không là nghiệm của (*))

Vì a.c < 0 nên pt luôn có 2 nghiệm phân biệt $\neq 0$

Do đó đồ thị và đường thẳng luôn có 2 giao điểm phân biệt A, B

$AB = 4 \Leftrightarrow (x_B - x_A)^2 + [(-x_B + m) - (-x_A + m)]^2 = 16 \Leftrightarrow 2(x_B - x_A)^2 = 16$

$\Leftrightarrow (x_B - x_A)^2 = 8 \Leftrightarrow \left(\frac{m^2 + 8}{4}\right) = 8 \Leftrightarrow m^2 = 24 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{6}$

Người giải đề: **TRẦN MINH THỊNH - TRẦN VĂN TOÀN**

(Trung tâm Bồi dưỡng văn hóa và Luyện thi đại học Vĩnh Viễn, TP.HCM)